



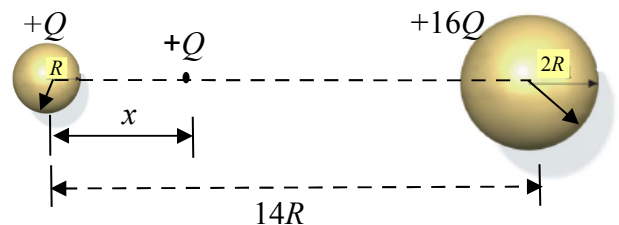
TAGUS PARK

Nº: _____ Nome: _____



PROBLEMA 1 (5 valores)

Uma esfera condutora de raio R está centrada em $x=0$ e contém uma carga $+Q$. Uma segunda esfera condutora está centrada em $x=14R$, tem raio $2R$ e contém uma carga $+16Q$. Ambas as esferas estão fixas. Coloca-se uma carga pontual $+Q$ a uma distância x da primeira esfera.



- a) Determine o valor da distância x , onde deve ser colocada a carga pontual, de modo esta ficar em equilíbrio.
- b) Determine o potencial eléctrico V_1 , da esfera de raio R .
- c) Se ligar a primeira esfera (de raio R) à terra, determine a sua nova carga Q^* .

$$K \frac{Q}{x^2} = K \frac{16Q}{(14R - x)^2} \Rightarrow (14R - x)^2 = 16x^2 \Rightarrow 14R - x = 4x \Rightarrow x = \frac{14}{5}R$$

$$V_1 = K \frac{Q}{R} + K \frac{Q}{x} + K \frac{16Q}{14R} = K \frac{Q}{R} \left(1 + \frac{5}{14} + \frac{16}{14} \right) = \frac{5}{2} K \frac{Q}{R}$$

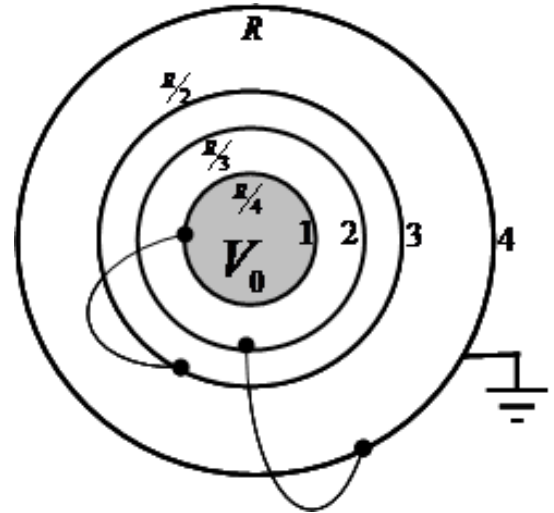
$$0 = K \frac{Q^*}{R} + K \frac{Q}{x} + K \frac{16Q}{14R} \Rightarrow \frac{Q^*}{R} = \left(-\frac{5}{14} - \frac{16}{14} \right) \frac{Q}{R} \Rightarrow Q^* = -\frac{3}{2}Q$$

PROBLEMA2 (5 valores)

Considere quatro superfícies esféricas condutoras 1, 2, 3 e 4 de raios, respectivamente, $\frac{R}{4}$, $\frac{R}{3}$, $\frac{R}{2}$ e R .

A superfície exterior 4 está ligada à 2 e ligada à massa. A interior 1 está ligada à 3 e colocada ao potencial V_0 . Determine:

- A carga adquirida por cada uma das superfícies?
- A capacidade deste sistema?

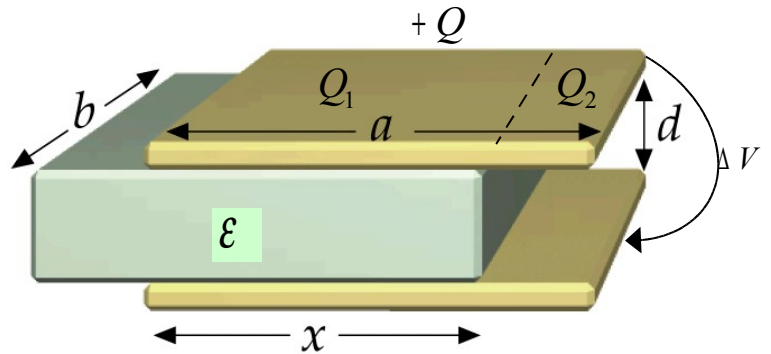


$$\begin{cases} V_0 = K \frac{Q_1}{R/4} + K \frac{Q_2}{R/3} + K \frac{Q_3}{R/2} + K \frac{Q_4}{R} \\ 0 = K \frac{Q_1}{R/3} + K \frac{Q_2}{R/3} + K \frac{Q_3}{R/2} + K \frac{Q_4}{R} \\ V_0 = K \frac{Q_1}{R/2} + K \frac{Q_2}{R/2} + K \frac{Q_3}{R/2} + K \frac{Q_4}{R} \\ 0 = K \frac{Q_1}{R} + K \frac{Q_2}{R} + K \frac{Q_3}{R} + K \frac{Q_4}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = K \frac{Q_1}{R/4} - K \frac{Q_1}{R/3} \\ 0 = 3Q_1 + 3Q_2 + 2Q_3 + Q_4 \\ V_0 \frac{R}{2K} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \frac{Q_4}{2} \\ 0 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = V_0 \frac{R}{K} \\ 0 = 3Q_1 + 3Q_2 + 2Q_3 + Q_4 \\ V_0 \frac{R}{2K} = -Q_4 + \frac{Q_4}{2} = -\frac{Q_4}{2} \\ Q_1 + Q_2 + Q_3 = -Q_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = V_0 \frac{R}{K} \\ 0 = 3Q_1 + 3Q_2 - 2Q_2 - Q_1 \\ Q_4 = -V_0 \frac{R}{K} = -Q_1 \\ Q_2 + Q_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = V_0 \frac{R}{K} \\ Q_2 = -2Q_1 \\ Q_3 = +2Q_1 \\ Q_4 = -Q_1 \end{cases}$$

$$C = \frac{Q_1 + Q_3}{V_0} = 3 \frac{R}{K}$$

PROBLEMA 3 (5 valores)

Um condensador plano é constituído por 2 placas de comprimento **a**, largura **b** e distância **d**. Entre as placas é inserido um dieléctrico de constante ϵ mas apenas parcialmente (**x** é a porção de dieléctrico dentro das placas). A placa superior tem carga **+Q**. (ver figura)



- Determine as cargas Q_1 e Q_2 existentes na placa superior, respectivamente sobre o dieléctrico e o ar, em função de **Q** e **x**?
- Determine os campos eléctricos E_1 e E_2 existentes, respectivamente no dieléctrico e no ar, em função de **Q** e **x**?
- Determine a diferença de potencial ΔV entre as duas placas, em função de **Q** e **x**?
- Determine a capacidade **C** do condensador, em função de **x**?

$$\begin{cases} \Delta V = E_1 d \\ \Delta V = E_2 d \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 \quad \text{Por outro lado}$$

$$\begin{cases} E_1 \cdot bx = \frac{Q_1}{\epsilon} \\ E_2 \cdot b(a-x) = \frac{Q_2}{\epsilon_0} \end{cases} \Rightarrow \frac{Q_1}{x\epsilon} = \frac{Q_2}{(a-x)\epsilon_0} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 + Q_2 = Q \\ Q_2 = \frac{a-x}{x} \frac{\epsilon_0}{\epsilon} Q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{\epsilon x}{\epsilon x + \epsilon_0(a-x)} Q \\ Q_2 = \frac{\epsilon_0(a-x)}{\epsilon x + \epsilon_0(a-x)} Q \end{cases}$$

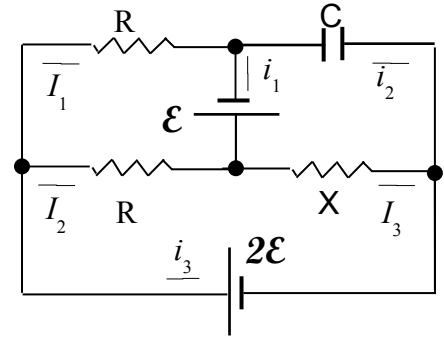
$$E_1 = E_2 = \frac{Q_1}{bx\epsilon} = \frac{1}{\epsilon x + \epsilon_0(a-x)} \frac{Q}{b} \quad ; \quad \Delta V = E_1 d = \frac{d}{\epsilon x + \epsilon_0(a-x)} \frac{Q}{b} \quad ; \quad C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon x + \epsilon_0(a-x)}{d} b$$

PROBLEMA 4 (5 valores)

O circuito da figura contém 3 resistências $R_1 = R_2 = R$ e X , duas baterias $\mathcal{E}$ e $2\mathcal{E}$ e um condensador de capacidade C . As resistências internas das baterias são nulas.

Determine, em termos de R , X e $\mathcal{E}$:

- O valor das correntes I_1 , I_2 e I_3 , que passam pelas respectivas resistências, e i_1 , i_2 e i_3 , que passam pelos ramos das baterias e do condensador.
- A carga Q armazenada no condensador.
- Qual o valor da resistência X para que a carga armazenada seja nula?



O condensador carregado comporta-se como circuito aberto. $\begin{cases} i_2 = 0 \\ i_1 = I_1 \\ i_3 = I_3 \end{cases}$ Ficamos com circuito com 2 malhas e 1 nó.

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ 2\mathcal{E} = RI_2 + XI_3 \\ 3\mathcal{E} = RI_1 + XI_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ 2\mathcal{E} = RI_2 + XI_3 \\ 5\mathcal{E} = RI_3 + 2XI_3 = (R + 2X)I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ 2\mathcal{E} = RI_2 + X \frac{5\mathcal{E}}{R + 2X} \\ I_3 = \frac{5\mathcal{E}}{R + 2X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{(3 + \frac{X}{R})\mathcal{E}}{R + 2X} \\ I_2 = \frac{(2 - \frac{X}{R})\mathcal{E}}{R + 2X} \\ I_3 = \frac{5\mathcal{E}}{R + 2X} \end{cases}$$

$$V_C = -\mathcal{E} + XI_3 = -\mathcal{E} + \frac{5X\mathcal{E}}{2X + R} = \mathcal{E} \left(\frac{3X - R}{2X + R} \right) = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = \mathcal{E} C \left(\frac{3X - R}{2X + R} \right)$$

$$Q = 0 \Rightarrow 3X - R = 0 \Rightarrow X = \frac{R}{3}$$