

1. OBJECTIVOS

Obter as curvas de resposta de circuitos do tipo RLC série.
Medir a capacidade de condensadores e o coeficiente de auto-indução de bobinas por métodos indirectos.
Estudar diferentes tipos de filtros de frequências.

2. EQUIPAMENTO

- Placa com circuito RLC
- Gerador de sinais
- Osciloscópio
- Placa de aquisição NI USB 6008
- Multímetro

3. INTRODUÇÃO

A inclusão de elementos não lineares (condensadores e bobinas) num circuito implica um comportamento que depende da amplitude do sinal da fonte de alimentação e da sua frequência, dando origem, assim, a um conjunto de circuitos que são genericamente classificados como *filtros de frequência*.

O circuito RLC série disponível neste trabalho permite reproduzir e analisar as características de quatro desses filtros: passa-baixo, passa-alto, passa-banda e rejeita-banda, alguns dos quais são estudados neste trabalho. O diagrama do circuito está representado na figura seguinte:

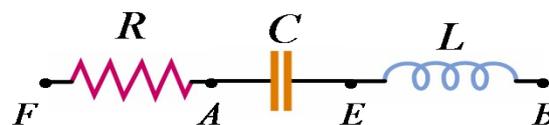


Fig. 3.1 - Diagrama do circuito RLC

onde R representa a resistência, C a capacidade do condensador e L o coeficiente de auto-indução da bobina. Este circuito é alimentado por um gerador de força electromotriz ϵ com uma resistência interna R_i :



Fig. 3.2 – Diagrama do gerador de sinais

3.1: CIRCUITO LC COM LEITURA DE V_{LC}

Considere apenas a bobina em série com o condensador. Note-se que a bobina tem uma resistência interna R_L devido ao fio do enrolamento. A alimentação é feita entre os pontos **A** e **B** do circuito e a tensão V é lida exactamente entre os mesmos pontos.

NOTA: as massas do gerador e da placa de aquisição têm de ser sempre comuns.

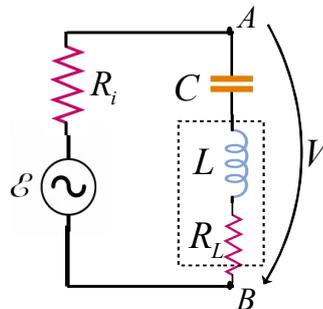


Fig. 3.3 - Circuito LC com leitura de V_{LC}

Sendo $Z_c = \frac{1}{i\omega C}$ a **impedância** do condensador, $Z_L = i\omega L$ a da bobina e $Z_R = R$ a da resistência, a tensão V será dada (a partir da Lei das Malhas) por:

$$V = \frac{Z_c + Z_L + R_L}{R_i + Z_c + Z_L + R_L} \varepsilon = \frac{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L + R_L}{R_i + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L + R_L} \varepsilon = \frac{1 - \omega^2 LC + i\omega R_L C}{1 - \omega^2 LC + i\omega (R_L + R_i) C} \varepsilon$$

Donde a amplitude vem $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_L^2 C^2}}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (R_L + R_i)^2 C^2}}$.

Esta função tem um mínimo para $f = f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$:

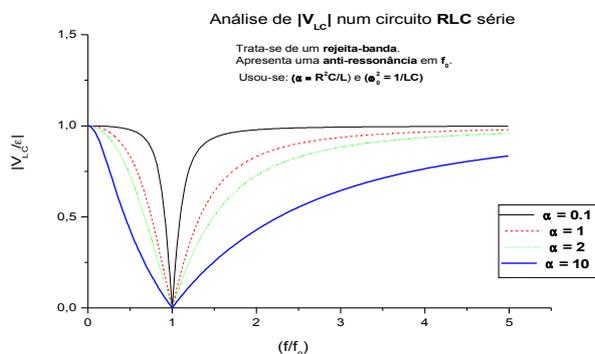


Fig. 3.4 - V_{LC} em função da frequência para vários valores de L e C.

Para $f = f_0$, a amplitude é $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{R_L}{R_L + R_i}$. Da figura 3.4, pode verificar-se que este circuito se comporta como um filtro **rejeita-banda**.

A leitura directa da frequência do mínimo permite identificar f_0 e, a partir dela, obter L . O valor da amplitude do mínimo permite calcular R_L (se for conhecido R_i ; se não, admita que é igual a 50Ω).

3.2: CIRCUITO LC COM LEITURA DE V_C

Medindo, no circuito anterior, a diferença de potencial aos terminais do condensador (pontos A e E) e mantendo a alimentação entre os pontos A e B do circuito, obtém-se

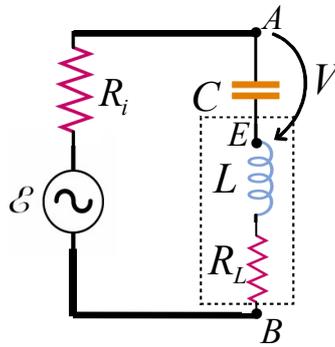


Fig. 3.5 - Circuito LC com leitura de V_C

$$V = \frac{Z_C}{R_i + Z_C + Z_L + R_L} \varepsilon = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R_i + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L + R_L} \varepsilon = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + i\omega (R_L + R_i)C} \varepsilon$$

Da mesma maneira que para o caso anterior: $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (R_L + R_i)^2 C^2}}$.

A representação gráfica da função (figura 3.6) mostra que pode apresentar um máximo, desde que se verifique a condição: $\alpha = \frac{(R_i + R_L)^2 C}{L} < 2$.

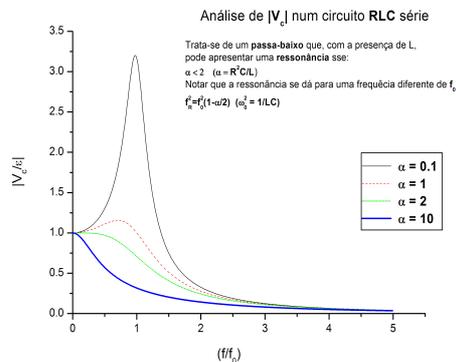


Fig. 3.6 - V_C em função da frequência para vários valores de L e C .

Este máximo ocorre para uma frequência diferente de f_0 : $f_{Max} = f_0 \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}}$.

A amplitude correspondente ao máximo é igual a: $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right|_{Max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha - \frac{\alpha^2}{4}}}$.

Da figura anterior, pode verificar-se que este circuito se comporta como um filtro **passa-baixo**. Dependendo do valor de L , pode apresentar um máximo próximo da ressonância. Não se trata contudo de uma verdadeira ressonância uma vez que a fase de V nunca se anula.

Existe uma **frequência de corte** (que corresponde a ter-se $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$) dada por

$$f_c = \frac{1}{2\pi (R_i + R_L)C}$$

O gráfico da curva experimental permite localizar f_{Max} e portanto calcular α e, a partir deste, é possível calcular R_L .

3.3: CIRCUITO LC COM LEITURA DE V_L

Considere que a alimentação continua a ser feita entre os pontos **A** e **B** do circuito (como na montagem anterior).

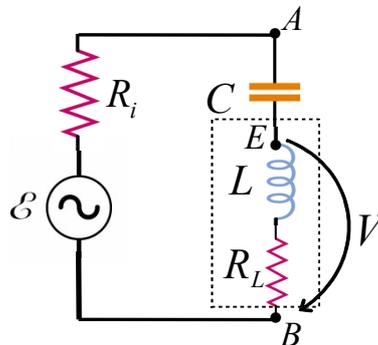


Fig. 3.7 - Circuito LC com leitura de V_L

A diferença de potencial aos terminais da bobina (pontos **E** e **B**) é igual a:

$$V = \frac{Z_L + R_L}{R_i + Z_C + Z_L + R_L} \varepsilon = \frac{i\omega L + R_L}{R_i + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L + R_L} \varepsilon = \frac{-\omega^2 LC + i\omega R_L C}{1 - \omega^2 LC + i\omega (R_L + R_i)C} \varepsilon$$

Tal como anteriormente, $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{\sqrt{(\omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_L^2 C^2}}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (R_L + R_i)^2 C^2}}$.

Graficamente, é possível ver que esta função pode também apresentar um máximo próximo da ressonância:

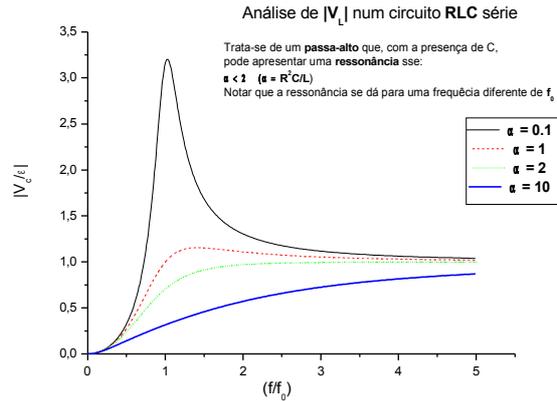


Fig. 3.8 – V_L em função da frequência para vários valores de L e C.

Trata-se de um filtro **passa-alto**, com um máximo local que depende do condensador:

a sua frequência de corte, $f_c = \frac{R_L + R_i}{2\pi L}$, depende do valor de C.

Esta frequência de corte f_c pode ser obtida vendo quando se tem $|V| = \frac{|\varepsilon|}{\sqrt{2}}$.

3.4: CIRCUITO RLC COM LEITURA DE V_R

Considere agora o circuito composto por uma resistência **R** em série com o condensador e a bobina. A alimentação do circuito é agora feita entre os pontos **F** e **B**:

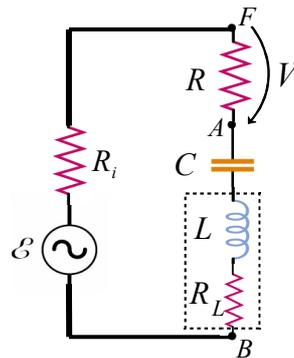


Fig. 3.9 - Circuito RLC com leitura de V_R

A diferença de potencial aos terminais da resistência **R** (pontos **F** e **A**) é dada por:

$$V = \frac{R}{R + R_i + Z_C + Z_L + R_L} \varepsilon.$$

Com $R_T = R + R_i + R_L$, pode-se escrever $V = \frac{R}{R_T + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L} \varepsilon = \frac{i\omega RC}{1 - \omega^2 LC + i\omega R_T C} \varepsilon$.

A amplitude é dada pelo módulo $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_T^2 C^2}}$

Esta função tem uma ressonância (fase nula) quando $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e a amplitude na

ressonância é dada por: $\left| \frac{V}{\varepsilon} \right| = \frac{R}{R_T}$.

Para frequências muito altas e muito baixas, a amplitude tende para zero, comportando-se assim o circuito como um filtro **passa-banda**:

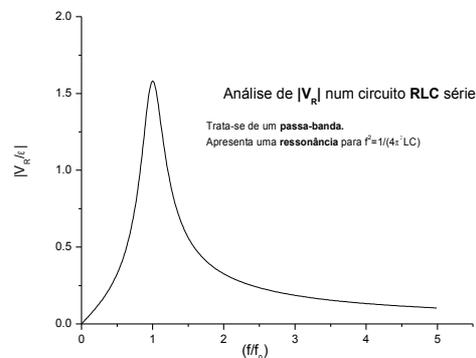


Fig. 3.10 – V_R em função da frequência.

A curva experimental permite identificar a frequência de ressonância f_0 e a amplitude do máximo: $|V|_{Max} = \frac{R}{R_T} |\varepsilon|$.

Este tipo de filtro é caracterizado pela largura de banda $\Delta f = f_2 - f_1$, definida pelas frequências f_1 e f_2 em que a amplitude cai a $\sqrt{2}$ do seu máximo.

A grandeza $Q = \omega_0 \frac{L}{R}$ é definida como o **factor de qualidade** do filtro. Para valores grandes de Q obtém-se como aproximação $Q \approx \frac{f_0}{\Delta f}$.

4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

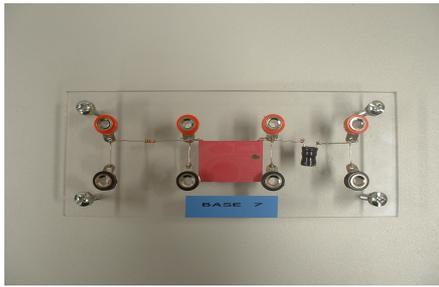


Fig. 4.1 - Placa com circuito RLC

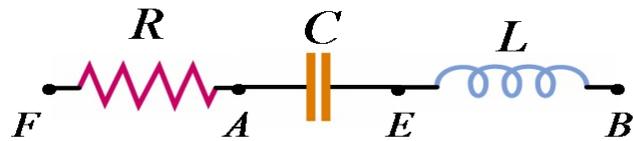


Fig. 4.2 - Diagrama do circuito

- A fonte de tensão para a execução deste trabalho é um gerador de sinais com varrimento em frequência. A gama de frequências deverá ser colocada entre aproximadamente 200 Hz e 5000 Hz, com um intervalo de tempo o mais alargado possível.
- Em <http://eo-lerc-tagus.ist.utl.pto> entre em Laboratório e vá ao 2º Trabalho. Copie para a sua área o ficheiro **Utilitário Labview para RLC** (faça **Save to disk** para o seu **Ambiente de trabalho**, com um nome diferente: por exemplo, use para nome o seu nº de aluno **98765-RLC.vi**). Aí encontra também o Protocolo e o Relatório tipo.
- Inicie o seu exemplo (**98765-RLC.vi**). O ficheiro recorrerá ao LabView 7.1, que já está instalado, para correr o software de aquisição:

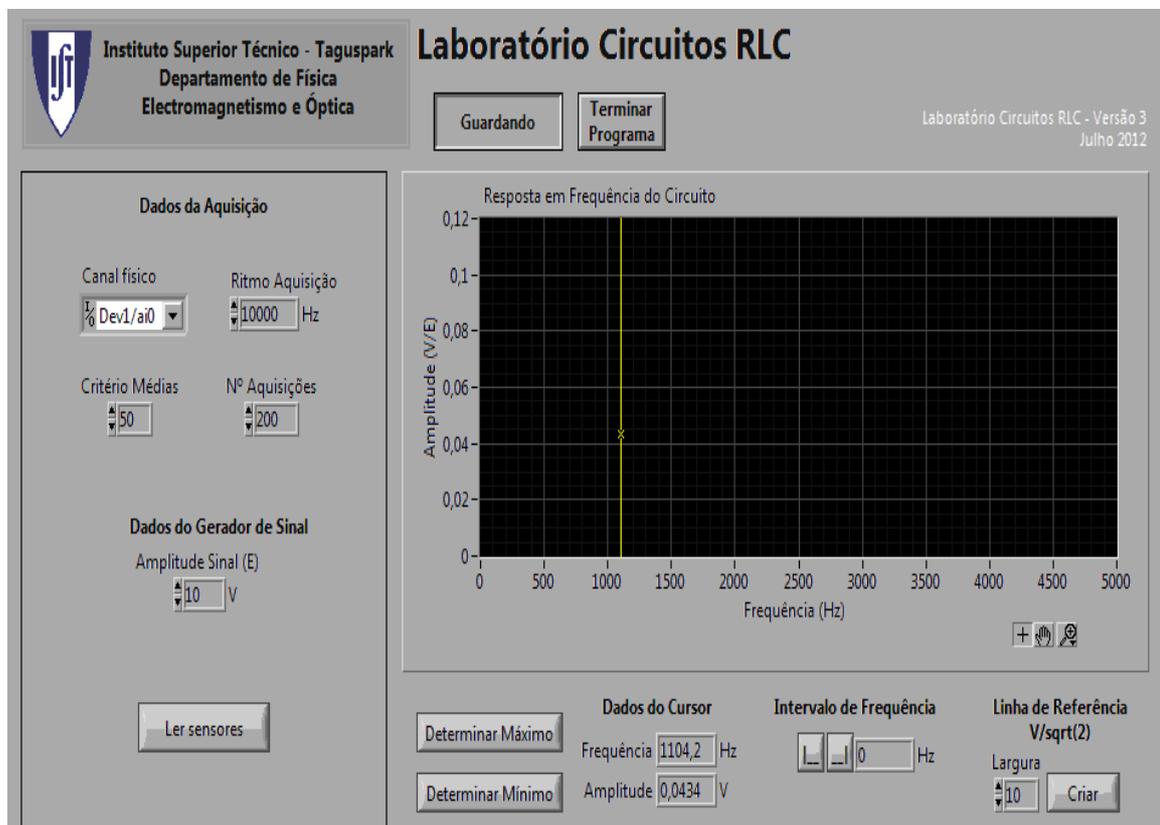


Fig. 4.3 – Ambiente LabView

No gráfico, o eixo horizontal representa a frequência (Hz) e o vertical a razão entre amplitudes (V/ϵ) do sinal adquirido e da fonte. Em cima, vai encontrar vários botões que deve confirmar:

Canal Físico: deve confirmar **Dev1/ai0**

Ritmo Aquisição: mantenha **10000 Hz**

Critério Médias: mantenha **50**

Nº Aquisições: seleccione **200**

Amplitude Sinal: seleccione o valor de **ϵ** .

- Ao *clicar* uma vez na seta \Rightarrow na barra superior do ecrã, põe o programa a correr. Ele manter-se-á até que clique em **Terminar Programa** ou faça **Stop** na barra superior.
- Quando clicar em **Ler sensores** procede à aquisição do sinal (200 pares de pontos (f,V), sendo cada par um valor médio sobre 50 aquisições). No fim da aquisição, o gráfico mostra os pontos ($f,V/\epsilon$).
- Meça os valores de **R**, de **R_L** (resistência interna da bobina) e de **C** com o multímetro e tome nota destes valores.
- Adquira o sinal do gerador: **ligue directamente os terminais da placa de aquisição à fonte (gerador)** e faça uma aquisição. Deve visualizar uma linha de pontos com a amplitude indicada na escala. Esta é a amplitude **ϵ** usada em todo o trabalho. Ajuste a amplitude do sinal do gerador de modo a obter uma tensão de 3 V, assim como as frequências mínima de 200 Hz e máxima de 4800 Hz. **Mantenha estes valores durante o trabalho.** Em **Amplitude Sinal** seleccione o valor de **ϵ** .

ANÁLISE DOS RESULTADOS

- O ecrã gráfico tem um *zoom* que lhe permite ampliar uma zona em estudo.
- Dois botões, **Determinar máximo** e **Determinar mínimo**, permitem localizar o mínimo ou o máximo da função por software.
- Um botão **$V/\sqrt{2}$** permite criar uma linha de referência para localizar quando a tensão cai a raiz de dois do seu máximo.

4.1: CIRCUITO LC COM LEITURA DE V_{LC}

- Ligue o gerador aos pontos **A** (extremidade do condensador) e **B** (extremidade da bobina) e a placa de aquisição aos mesmos pontos **A** e **B**.
- Faça uma aquisição. Deverá obter uma curva semelhante a: (Se necessário, repita o procedimento).

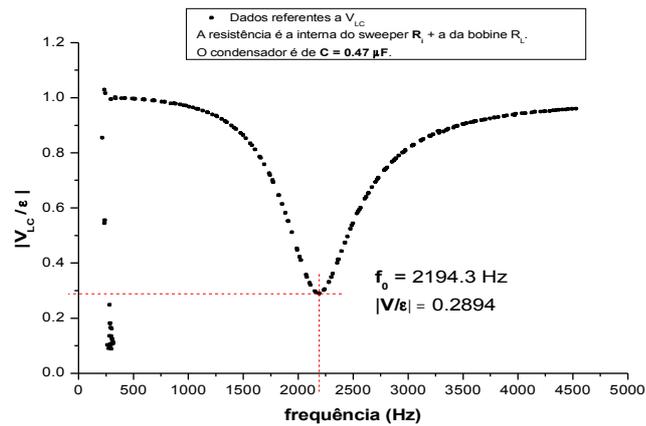


Fig. 4.4 - V_{LC} em função da frequência

- A partir do gráfico de V_{LC} em função da frequência f obtenha com a maior precisão possível as coordenadas do mínimo da função.
- Calcule o valor de L .

4.2: CIRCUITO LC COM LEITURA DE V_C

- Mantenha o gerador ligado aos pontos **A** (extremidade do condensador) e **B** (extremidade da bobine) e ligue a placa de aquisição aos terminais do condensador: pontos **A e E**.
- Faça uma aquisição. Deverá obter uma curva semelhante a:

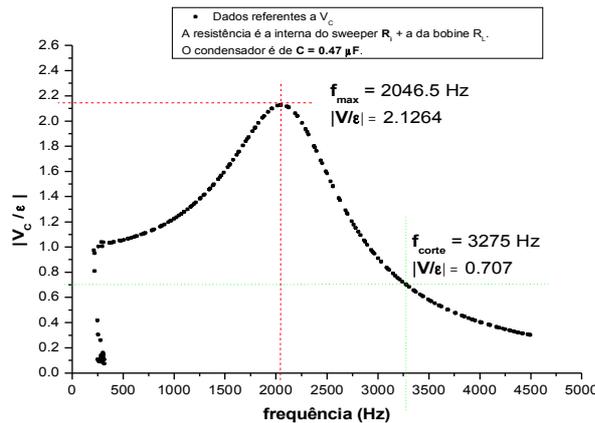


Fig. 4.5 - V_C em função da frequência

- A partir do gráfico obtenha as coordenadas dos dois pontos seguintes:
 1. O máximo da função, que tem coordenadas $(f_{Max}, |V|_{Max})$.
 - O valor de f_{Max} permite calcular α a partir de $f_{Max} = f_0 \sqrt{1 - (\alpha/2)}$.
 2. O ponto onde a amplitude é igual a $|V|_{Max} / \sqrt{2}$. As coordenadas deste ponto são $(f_{corte}, |V|_{Max} / \sqrt{2})$.
- Calcule os valores da constante α e de f_c .

4.3: CIRCUITO LC COM LEITURA DE V_L

- Mantenha o gerador ligado aos pontos **A** (extremidade do condensador) e **B** (extremidade da bobina) e ligue a placa de aquisição aos terminais da bobina: pontos **E** e **B**.
- Faça uma aquisição. Deverá obter uma curva semelhante a:

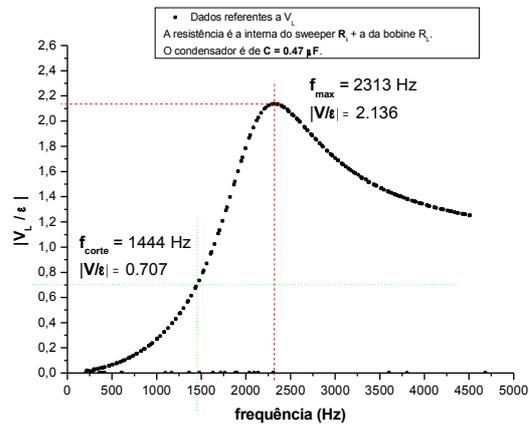


Fig. 4.6 - V_L em função da frequência

- A partir do gráfico obtenha as coordenadas do ponto $(f_{Max}, |V_{Max}|)$.

4.4: CIRCUITO RLC COM LEITURA DE V_R

- Ligue agora o gerador aos terminais do circuito: pontos **F** e **B**. Ligue a placa de aquisição aos terminais da resistência **R**: pontos **F** e **A**.
- Faça uma aquisição. Deverá obter uma curva semelhante a:

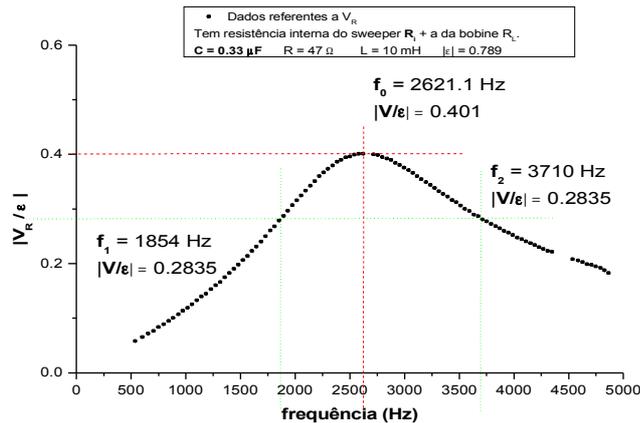


Fig. 4.7 – V_R em função da frequência

- A partir do gráfico obtenha as coordenadas do máximo da curva de ressonância $(f_0, |V|_{Max})$.
- Compare o valor de f_0 com o obtido em 4.1.
- Compare o valor de $|V|_{Max}$ obtido com $|V|_{MaxTeórico} = \frac{R}{R + R_i + R_L} |\epsilon|$.
- Identifique os 2 pontos da curva que correspondem às amplitudes $|V|_{Max}/\sqrt{2}$. Estes pontos têm frequências f_1 e f_2 . Determine a **largura de banda** deste filtro: $\Delta f = f_2 - f_1$.
- Calcule o factor de qualidade $Q = \omega_0 \frac{L}{R}$.